

TD PO5 - INTRODUCTION À LA PHYSIQUE DU LASER

CORRECTION



Exercice PO51 – Système à deux niveaux

[◆◆◆]

On considère un milieu ne contenant que des atomes à deux niveaux composés d'un niveau fondamental noté f et d'un niveau excité noté e , séparés d'une énergie $\hbar\omega$. Le milieu est éclairé par une lampe très puissante d'intensité I . On appelle W le taux d'émission stimulée de e vers f que l'on suppose égal au taux d'absorption de f vers e . On appelle Γ_e le taux d'émission spontanée de e vers f . Le taux W est relié à l'intensité de la lumière incidente et à la section efficace d'absorption σ par $W = \sigma I / \hbar\omega$.

1. Écrire, en fonction de W et Γ_e les équations d'évolution des populations dans ce système à deux niveaux en désignant par N_e et N_f les nombres d'atomes dans les états e et f et N le nombre total d'atomes.
2. Montrer qu'en régime stationnaire, l'inversion de population $\Delta N = N_e - N_f$ dans ce système peut se mettre sous la forme

$$\Delta N = -\frac{N}{1 + I/I_{\text{sat}}}$$

On donnera l'expression de I_{sat} en fonction des données du problème.

3. Montrer qu'il ne peut jamais y avoir inversion de population en éclairant un système à deux niveaux. Quelle interprétation pouvez-vous donner à I_{sat} ?
4. On envoie une onde laser selon un axe (Oz) sur le milieu précédent, contenant N_e atomes dans l'état e et N_f atomes dans l'état f . En tenant compte uniquement de l'émission stimulée et de l'absorption, exprimer le gain d'intensité du faisceau laser par unité de longueur $g = \frac{1}{I} \frac{dI}{dz}$ en fonction de W , $N_e - N_f$, $\hbar\omega$ et du volume V du milieu atomique. À quelle condition peut-on amplifier l'énergie du faisceau ?
5. Conclure quant à la possibilité de fabriquer un laser à l'aide d'un système à deux niveaux.

Exercice PO52 – LIDAR

[◆◆◆]

Le LIDAR est un instrument de sondage atmosphérique utilisant un rayonnement laser. Cette technique permet de sonder l'atmosphère sur quelques kilomètres d'altitude.

1. On envisage d'utiliser un laser YAG de longueur d'onde $\lambda_0 = 1,06 \mu\text{m}$ et de waist $0,40 \text{ mm}$. Situer ce rayonnement dans le spectre électromagnétique.
2. Déterminer la divergence angulaire et la longueur de Rayleigh de ce faisceau. Déterminer la largeur du faisceau à 1500 m d'altitude en négligeant tout phénomène d'absorption et de diffusion atmosphérique. Expliquer pourquoi il est nécessaire de collimater le faisceau si l'on souhaite l'utiliser pour des sondages atmosphériques.
3. Ce faisceau arrive sur un système afocal constitué d'une lentille divergente de focale -20 mm , placée à 150 mm du waist du faisceau incident, et d'une lentille convergente de focale 200 mm .
 - a) Faire un schéma du dispositif optique en faisant apparaître les foyers objet et image de chaque lentille. Quelle distance sépare les deux lentilles ? Pourquoi la première lentille est-elle choisie divergente ?
 - b) Caractériser le faisceau gaussien émergent (waist, longueur de Rayleigh et divergence angulaire).
 - c) Calculer la largeur du faisceau à 1500 m d'altitude. Commenter.

🔥 Exercice PO53 – Émission et absorption entre deux niveaux d'énergie [◆◆◆]

Sujet de concours : *d'après écrit Centrale*

L'atome d'hydrogène dans son état fondamental, absorbe ou émet un rayonnement électromagnétique de longueur d'onde $\lambda = 21$ cm. Cette transition, appelée raie HI à 21 cm, s'effectue entre deux « sous-niveaux » notés ℓ et u d'énergie $E_\ell < E_u = E_\ell + \Delta E$ de l'état fondamental de l'atome d'hydrogène. On parle de structure hyperfine de l'état fondamental.

L'analyse du rayonnement HI joue un rôle majeur en radioastronomie. Le milieu interstellaire est essentiellement gazeux (99% de sa masse prend la forme de gaz) et, parmi ces gaz, 89% des atomes sont de l'hydrogène. Le rayonnement HI est donc un moyen privilégié pour étudier le milieu interstellaire. En outre, le rayonnement HI à $\lambda = 21$ cm est très peu diffusé par les poussières interstellaires constituées de petits grains (silicates, graphite, glace) de quelques micromètres à quelques millimètres de diamètre, à la différence de rayonnements de plus courte longueur d'onde. La raie HI permet donc de « voir » les régions dense des galaxies.

On suppose par la suite que ce rayonnement est émis de façon isotrope et que les seuls processus envisagés sont les processus d'absorption et d'émission.

Les niveaux ℓ et u de l'hydrogène dans son état électronique fondamental peuvent être « alimentés » par les collisions entre les atomes mais également par le rayonnement (absorption ou émission de photons). Lorsque les mécanismes de collision entre les atomes déterminent totalement les populations de ces niveaux, on dit d'un tel système qu'il est à l'équilibre thermique local à la température T et la répartition des populations dans les différents niveaux est alors régie par la relation de Boltzmann,

$$\frac{n_u}{n_\ell} = \frac{g_u}{g_\ell} \exp\left(-\frac{E_u - E_\ell}{k_B T}\right)$$

où k_B est la constante de Boltzmann, n_ℓ et n_u sont les densités particulières (nombres d'atomes par unité de volume) dans les deux niveaux d'énergie E_ℓ et E_u . On note g_u et g_ℓ les dégénérescences des niveaux u et ℓ . La dégénérescence d'un niveau x d'énergie E_x est le nombre d'états différents du système ayant l'énergie E_x . Un niveau d'énergie E_x est dit non dégénéré ($g_x = 1$) s'il n'y a qu'un seul état du système possédant l'énergie E_x . Pour les niveaux hyperfins de l'atome d'hydrogène étudiés, on a $g_u = 3$ et $g_\ell = 1$.

On note $A_{u\ell}$, $B_{u\ell}$ et $B_{\ell u}$ les coefficients d'Einstein correspondant respectivement à l'émission spontanée, à l'émission stimulée et à l'absorption entre les niveaux u et ℓ . On donne $A_{u\ell} = 2,85 \cdot 10^{-15} \text{ s}^{-1}$.

1. Rappeler sommairement les différentes caractéristiques de ces trois processus.
2. Quelle est la durée de vie τ de l'état excité d'énergie E_u ?
3. Dans le milieu interstellaire ce rayonnement conduit à une raie de forte intensité. Pourquoi ?

Dans la suite, on étudie un nuage froid d'hydrogène à la température $T = 100$ K et de densité particulière $n_H = 25 \text{ cm}^{-3}$. On donne la constante de Boltzmann $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$.

4. Montrer que l'essentiel de l'hydrogène du milieu interstellaire se trouve dans les deux niveaux hyperfins et que la densité particulière en atomes d'hydrogène n_H est telle que $n_H = n_u + n_\ell = 4n_\ell$.
5. Exprimer $\frac{dn_\ell}{dt}$ en fonction des coefficients d'Einstein, de la densité spectrale u_ν du rayonnement électromagnétique et des densités particulières n_u et n_ℓ .

On rappelle que la densité spectrale est la densité volumique d'énergie d'un rayonnement électromagnétique dont la fréquence se situe dans l'intervalle $[\nu, \nu + d\nu]$.

6. En supposant la largeur de la raie nulle, relier $\frac{dn_\ell}{dt}$ à $\frac{dn}{dt}$ où n est la densité particulière des photons associés à cette transition.

En réalité, la largeur de la raie n'est pas nulle mais caractérisée par une fonction $\Phi(\nu)$. Cette fonction est centrée en ν_0 et elle vérifie la condition de normalisation $\int_0^\infty \Phi(\nu) d\nu = 1$. Dans cet intervalle de fréquence $[\nu, \nu + d\nu]$, les probabilités de transition sont alors pondérées par $\Phi(\nu)$. On note n_ν la densité particulière des photons dont la fréquence est comprise dans l'intervalle $[\nu, \nu + d\nu]$.

7. Montrer que

$$\frac{dn_\nu}{dt} = A_{u\ell} n_u \Phi(\nu) + B_{u\ell} u_\nu n_u \Phi(\nu) - B_{\ell u} u_\nu n_\ell \Phi(\nu)$$

Un corps noir est un corps qui absorbe tous les rayonnements électromagnétiques qu'il reçoit, sans les réfléchir ni les transmettre. Maintenu à une température T constante, il émet un rayonnement isotrope dont la densité spectrale d'énergie u_ν est régie par la relation de Planck, qui s'écrit

$$u_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1}$$

où ν est la fréquence du rayonnement. Le rayonnement émis est alors en équilibre thermique avec les atomes.

8. Que vaut $\frac{dn_\nu}{dt}$ à l'équilibre thermique? En déduire une expression de u_ν en fonction des coefficients d'Einstein et des densités particulières n_u et n_ℓ .
9. Montrer que les coefficients d'Einstein vérifient les relations :

$$g_u B_{ul} = g_\ell B_{\ell u} \quad \text{et} \quad B_{ul} = \frac{c^3}{8\pi h\nu_0^3} A_{ul}$$

Pour approfondir

Exercice PO54 – Système à trois niveaux



On s'intéresse à un atome à trois niveaux notés par énergie croissante f , i et e . Un schéma du système est donné sur la figure 22.1.

Le milieu est éclairé par un laser de pompage d'intensité I_p résonnant à la transition de f vers e . Le taux d'émission stimulée sur la transition de f vers e est supposé égal aux taux d'absorption et s'écrit $W_p = \sigma_{ef} I_p / \hbar\omega_{ef}$ où σ_{ef} est la section efficace d'interaction, $\hbar\omega_{ef}$ la différence en énergie entre les états e et f et I_p l'intensité du faisceau de pompe. La transition laser correspond à la transition entre les niveaux f et i . En notant I l'intensité du faisceau intracavité, le taux d'absorption supposé égal au taux d'émission stimulée s'écrit $W = \sigma_{if} I / \hbar\omega_{if}$ où σ_{if} est la section efficace d'interaction et $\hbar\omega_{if}$ la différence en énergie entre les états i et f . On note Γ_e le taux d'émission spontanée de e vers i et Γ_i celui de i vers f . Les populations des états f , i et e sont respectivement notées N_f , N_i et N_e .

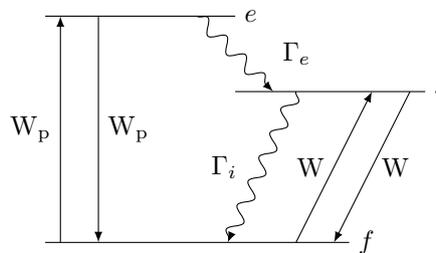


Fig. 22.1 – Système à trois niveaux.

1. Écrire les équations d'évolution vérifiées par les populations des différents niveaux.
2. En régime stationnaire et dans le cas où $\Gamma_e \gg W_p$ et $\Gamma_e \gg \Gamma_i$, montrer que la population du niveau e peut être négligée.
3. Montrer que l'inversion de population entre i et f notée $\Delta N = N_i - N_f$ s'écrit

$$\Delta N = \frac{W_p - \Gamma_i}{W_p + \Gamma_i + 2W} N$$

où N représente le nombre total d'atomes.

4. Indiquer alors à quelle condition sur le taux de pompage W_p il est possible d'obtenir l'inversion de population entre les niveaux i et f . Conclure quant à la possibilité de fabriquer un laser à l'aide d'un tel système.
5. Comment évolue le gain linéique $g = \frac{1}{I} \frac{dI}{dz}$ du milieu lorsque l'intensité intracavité augmente? On supposera que le taux de pompage est constant.
6. Expliquer pourquoi les systèmes à quatre niveaux sont cependant plus utilisés que ceux à trois niveaux.

Exercice PO55 – Focalisation d'un laser dans une fibre optique

Le faisceau du laser de longueur d'onde $\lambda = 633$ nm possède un waist $w_0 = 0,590$ mm. On souhaite focaliser la lumière dans une fibre optique dont le cœur a pour rayon $a = 5,0$ μm .

On dispose de plusieurs objectifs de microscopes sur lesquels sont indiqués respectivement $\times 5$, $\times 10$, $\times 20$, $\times 40$. Ces inscriptions désignent les grandissements des objectifs. Pour simplifier, on assimilera l'objectif à une lentille mince convergente de distance focale image f' . Le grandissement indiqué est sa valeur pour une distance objetif - image $d = 160$ mm.

1. Où doit-on placer le waist image? Quelle est la latitude de mise au point?
2. Quel(s) objectif(s) convien(nen)t?